

טכניקה אלגברית

תזכורת לנוסחאות הכפל המקוצר: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

פתרו את המשוואות הבאות (מצאו את ערכו של x):

$$\frac{2}{3}(x+1) - \frac{3}{7}(x+2) = 1 \quad .2 \qquad \frac{4(5x-2)}{3} - \frac{6(3x+2)}{7} = 42 - \frac{5(7x-4)}{4} \quad .1$$

$$(3x+5)^2 = 9(x+2)(x-2) \quad .4 \qquad (x-5)^2 = x(x+15) \quad .3$$

עבור המשוואות הבאות: א. מצאו את תחום ההצבה של המשוואה.
ב. פתרו את המשוואה ובדקו את תשובתכם.

$$\frac{4x+6}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 4 \quad .6 \qquad \frac{8}{x-3} - \frac{7}{x+2} = \frac{42}{(x-3)(x+2)} \quad .5$$

פתרו את מערכות המשוואות הבאות בדרך שתבחרו:

$$5x+3y=29 \quad .8 \qquad y=-4x+17 \quad .7$$

$$7x-5y=13 \qquad y=3x+5$$

$$\frac{2x-3}{2} + \frac{y+1}{8} = 4 \quad .10 \qquad 3(2y-5) = 6+x \quad .9$$

$$\frac{x+1}{3} + \frac{3y-1}{4} = 4 \qquad 2(3x-4) = 4x-2$$

פתרו את המשוואות הריבועיות הבאות:

$$-3x^2+300=0 \quad .12 \qquad x^2+8x+12=0 \quad .11$$

$$x(1-5x)=3 \quad .14 \qquad 9x^2=4(3x-1) \quad .13$$

$$(x+1)^2=1-x^2 \quad .16 \qquad (x+4)(x+7)=70 \quad .15$$

$$2(3-x) - \frac{(x-2)^2}{3} + \frac{1}{3} = 0 \quad .18 \qquad -2(x-5)^2 = (2x+1)^2 - 57 \quad .17$$

פתרו את המשוואות הבאות. במידת הצורך, היעזרו בפירוק לגורמים. התייחסו גם לתחום ההצבה:

$$\frac{6}{x^2+8x} = \frac{x+1}{2x+16} \quad .20 \qquad \frac{x^2}{x+5} = \frac{25}{x+5} \quad .19$$

$$\frac{1}{x^2-6x+9} + \frac{4}{x^2-3x} = \frac{2}{x-3} \quad .22 \qquad \frac{2x+1}{2x-3} - \frac{7x}{4x^2-9} = 1 + \frac{x-4}{2x+3} \quad .21$$

$$\frac{8}{x^2-3x-10}+1=\frac{8}{x+2}-\frac{1}{5-x} \quad .24$$

$$\frac{18}{x^2-x-12}+\frac{3x-25}{4x^2+12x}=0 \quad .23$$

$$\frac{5}{x^2+2x-3}+\frac{45}{x^2+10x+21}=\frac{18}{x^2+6x-7} \quad .26$$

$$\frac{3x}{x^2+5x+6}=\frac{2x+2}{x^2+6x+9} \quad .25$$

צמצמו את השברים הבאים (במידת הצורך, היעזרו בפירוק לגורמים):

$$\frac{x^2-4x+3}{2x-2} \quad .28$$

$$\frac{x^2-4}{x^2+2x} \quad .27$$

כפלו את השברים הבאים (צמצמו במידת האפשר):

$$\frac{a^2-5a-6}{a^2-1} \cdot \frac{5a-5}{4a-24} \quad .30$$

$$\frac{a^2-8a+16}{a^2} \cdot \frac{3a}{a-4} \quad .29$$

חלקו את השברים הבאים (צמצמו במידת האפשר):

$$\frac{a^2+2a-15}{2a^2-50} : \frac{a^2-6a+9}{4a-12} \quad .32$$

$$\frac{2a+10}{9a^2-6a+1} : \frac{3a+15}{9a-3} \quad .31$$

פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2x - 8 \\ y &= -x^2 + 6x - 10 \end{aligned} \quad .34$$

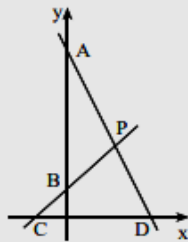
$$\begin{aligned} y &= x^2 - 8 \\ y &= 2x \end{aligned} \quad .33$$

$$\begin{aligned} 3x^2 + 5xy - 4y^2 &= 38 \\ x - y &= 2 \end{aligned} \quad .35$$

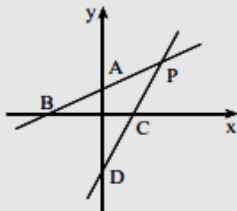
תשובות:

1. 4. 2. 5. 3. 1. 4. $-2\frac{1}{30}$. 5. א. $x \neq -2$, $x \neq 3$. 6. 5. 7. א. $x \neq -1$. 7. ב. $x \neq -1$. 8. $(4;3)$.
9. $(3;4)$. 10. $(5;3)$. 11. $-2, -6$. 12. $-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$. 13. $\frac{2}{3}$. 14. אין פתרון. 15. -14 . 16. $0, -1$.
17. $-\frac{1}{3}, 3$. 18. $3, -5$. 19. 5. 20. $-4, 3$. 21. $0, 6$. 22. $-4, 3$. 23. $-6\frac{2}{3}, -5$. 24. 6. 25. $-4, 1$.
26. 2. 27. $\frac{x-2}{x}$. 28. $\frac{x-3}{2}$. 29. $\frac{3(a-4)}{a}$. 30. $\frac{5}{4}$. 31. $\frac{2}{3a-1}$. 32. $\frac{2}{a-5}$. 33. $(-2;-4), (4;8)$.
34. $(1;-5)$. 35. $(-4.5;-6.5), (3;1)$.

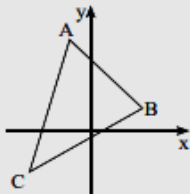
פונקציה קווית



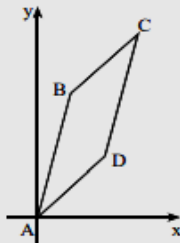
1. הישרים AD ו-BC הם הגרפים של הפונקציות
 $f(x) = -2x + 22$ ו- $g(x) = x + 4$, בהתאמה.
 א. מצאו את שיעורי הנקודות: P, D, C, B, A.
 ב. חשבו את שטח המשולש PCD.
 ג. חשבו את שטח המשולש PAB.
 ד. לאילו ערכי x מתקיים $f(x) > 0$?



2. הישרים AB ו-CD הם הגרפים של הפונקציות
 $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ ו- $g(x) = 2x - 3$.
 P היא נקודת החיתוך של שני הישרים.
 א. מצאו את שיעורי הנקודות: P, D, C, B, A.
 ב. חשבו את שטח המשולש PBC.
 ג. חשבו את שטח המשולש PAD.
 ד. לאילו ערכי x מתקיים $f(x) > g(x)$?



3. קדקודי משולש ABC הם:
 $A(-1; 4)$, $B(2; 1)$, $C(-3; -2)$.
 א. מצאו את שיפוע הישר AB.
 ב. מצאו את משוואת הצלע AB.
 ג. מצאו את משוואת הצלע AC.

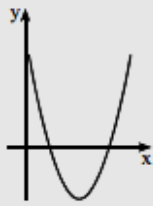


4. קדקודי המרובע ABCD הם:
 $A(0; 0)$, $B(1; 4)$, $C(3; 6)$, $D(2; 2)$.
 א. חשבו את שיפועי צלעות המרובע.
 ב. הסבירו מדוע $AB \parallel DC$ ו- $BC \parallel AD$.
 ג. הוכיחו שהמרובע הוא מקבילית.
 ד. הסבירו מדוע $AB = DC$ ו- $BC = AD$.

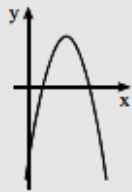
תשובות:

1. א. $A(0; 22)$, $B(0; 4)$, $C(-4; 0)$, $D(11; 0)$, $P(6; 10)$. ב. 75. ג. 54. ד. $x < 11$.
 2. א. $A(0; 1)$, $B(-2; 0)$, $C(1\frac{1}{2}; 0)$, $D(0; -3)$, $P(2\frac{2}{3}; 2\frac{1}{3})$. ב. $4\frac{1}{12}$. ג. $5\frac{1}{3}$. ד. $x < 2\frac{2}{3}$.
 3. א. -1. ב. $y = -x + 3$. ג. $y = 3x + 7$.
 4. א. 1, 4, 1, 4. ד. כל שתי צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו.

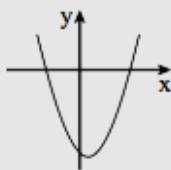
פונקציה ריבועית – פרבולה



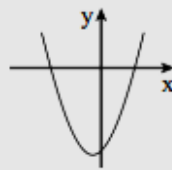
1. בציר משורטט גרף הפונקציה $y = x^2 - 8x + 12$.
 א. מצאו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
 ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?
 ד. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
 ה. רשמו את התחום שבו הפונקציה חיובית.
 ו. רשמו את התחום שבו הפונקציה שלילית.
 ז. בכמה נקודות חותך הישר $y = -2$ את גרף הפונקציה?
 ענו על פי השרטוט, כלומר ללא חישובים.



2. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 10x - 16$.
 א. עבור אילו ערכי x הפונקציה הנתונה חיובית?
 ב. האם הערך הגדול ביותר של הפונקציה הוא 9 או 5? הסבירו.
 ג. מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
 ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה?
 ה. עבור אילו ערכים של k , הישר $y = k$:
 (1) חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?
 (2) חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות?
 (3) אינו חותך את גרף הפונקציה?



(2)



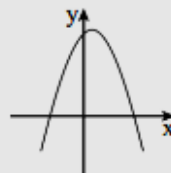
3. נתונות משוואות של ארבע פונקציות: (1)

$$f(x) = -x^2 + x + 6$$

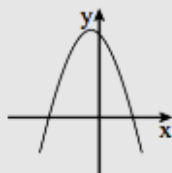
$$g(x) = x^2 + x - 6$$

$$h(x) = x^2 - x - 6$$

$$k(x) = -x^2 - x + 6$$



(4)



(3)

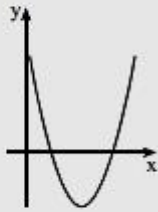
- לפניכם גרפים של ארבע הפונקציות.
 התאימו לכל פונקציה את הגרף
 המתאים לה על פי מציאת נקודות
 האפס, ובהתאם למקדם של x^2 .

4. נתונה הפונקציה $f(x) = (x+4)(x-2)$.
 א. מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ב. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.
 ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ יורדת וחיובית?
 ה. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה ושלילית?
 ו. מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
 ז. לאילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?

5.

נתונה הפונקציה $y = (x-5)^2 - 16$.

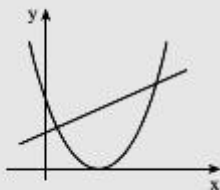
- מצאו את שיעורי נקודת קדקוד הפרבולה.
- מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
- מהי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y ?
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה במערכת צירים.
- מצאו לאילו ערכי x הפונקציה עולה ושליילית.
- מצאו לאילו ערכי x הפונקציה יורדת וחיובית.
- קבעו נכון או לא נכון:
 - לכל ערך של x ערך הפונקציה גדול מ-16.
 - לכל ערך של x ערך הפונקציה גדול או שווה ל-16.
- נמקו, ללא חישובים, מדוע הפרבולה אינה עוברת בנקודה $(4; -17)$.



6.

לפניכם גרף הפרבולה $y = x^2 - 8x + 12$.

- מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .
- כתבו את תחומי השליליות של הפרבולה.
- היעזרו בגרף ובתשובתכם לסעיף ב', ופתרו את אי-השוויון $x^2 - 8x + 12 < 0$.
- מצאו לאילו ערכים של x מתקיים $y > 0$.
- היעזרו בגרף ובתשובתכם לסעיף ד', ופתרו את אי-השוויון $x^2 - 8x + 12 > 0$.
- פתרו את אי-השוויון $x^2 - 8x + 12 \leq 0$.
- פתרו את אי-השוויון $x^2 - 8x + 12 \geq 0$.



7.

בציור משורטטים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 \quad \text{ו-} \quad g(x) = x + 3$$

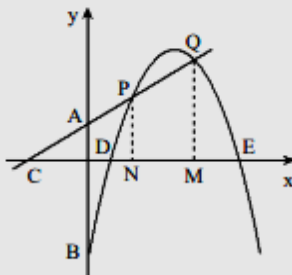
- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) = g(x)$?
- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) > g(x)$?
- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) < g(x)$?

8.

הפרבולה והישר הם הגרפים של הפונקציות

$$(1) \quad y = -x^2 + 8x - 7 \quad \text{ו-} \quad (2) \quad y = x + 3$$

- מצאו את שיעורי הנקודות: A, B, C, D, E, P, Q .
- מנקודות P ו- Q הורידו אנכים לציר ה- x החותכים את ציר ה- x בנקודות N ו- M . מצאו את שטח הטרפז $PQMN$ ואת שטח המשולש CQM .
- האם ערך הפונקציה (1) יכול להיות 11?
- האם ערך הפונקציה (1) יכול להיות 8.75?

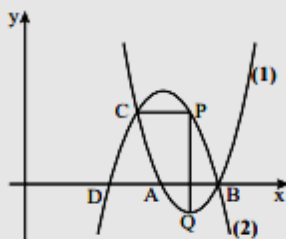


9.

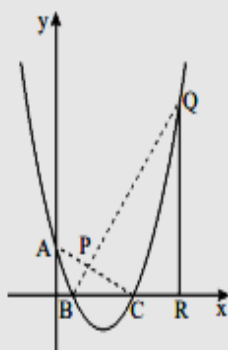
הפרבולות (1) ו-(2) הן הגרפים של הפונקציות

$$(1) \quad y = -x^2 + 10x - 21 \quad \text{ו-} \quad (2) \quad y = x^2 - 12x + 35$$

- מצאו איזה גרף מתאים לפונקציה (1), ואיזה - מתאים לפונקציה (2).
- חשבו את שיעורי הנקודות A, B, C, D .
- דרך הנקודה C העבירו מקביל לציר ה- x החותך את פרבולה (2) בנקודה P .



- מנקודה P הורידו אנך לציר ה- x , החותך את פרבולה (1) בנקודה Q . מצאו את אורך הקטע PQ , והוכח שהנקודה Q היא קדקוד הפרבולה (1).



10. הפרבולה ABC היא גרף הפונקציה $y = x^2 - 6x + 5$.

QR מאונך לציר ה-x ואורכו

שווה ל-21 יחידות.

P היא נקודת המפגש של הישרים AC ו-BQ.

א. מצאו את שיעורי הנקודה Q.

ב. מצאו את משוואת הישר BQ.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה P.

תשובות:

1. א. $(4; -4)$. ב. עלייה: $x > 4$, ירידה: $x < 4$. ג. -4. ד. $(2; 0)$, $(6; 0)$.

ה. $x > 6$ או $x < 2$. ו. $2 < x < 6$. ז. בשתי נקודות.

2. א. $2 < x < 8$. ב. 9. ג. $f(x) \leq 9$. ד. $x < 5$.

ה. (1) $k = 9$, (2) $k < 9$, (3) $k > 9$.

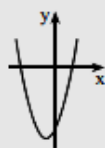
3. א. $f(x) - (4)$, $g(x) - (1)$, $h(x) - (2)$, $k(x) - (3)$.

4. א. $(-4; 0)$, $(2; 0)$, $(0; -8)$. ב.

מינימום. $(-1; -9)$.

ד. $x < -4$. ה. $-1 < x < 2$.

ו. $f(x) \geq -9$. ז. $k = -9$.

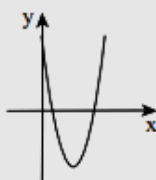


5. א. $(5; -16)$. ב. $(1; 0)$, $(9; 0)$. ג. $(0; 9)$. ד.

ה. $5 < x < 9$.

ו. $x < 1$.

ז. (1) לא נכון. (2) נכון.



6. א. $(2; 0)$, $(6; 0)$. ב. $2 < x < 6$. ג. $2 < x < 6$. ד. $x < 2$ או $x > 6$.

ה. $x > 6$ או $x < 2$. ו. $2 \leq x \leq 6$. ז. $x \geq 6$ או $x \leq 2$.

7. א. $x = 6$, $x = 1$. ב. $x > 6$ או $x < 1$. ג. $1 < x < 6$.

8. א. $Q(5; 8)$, $P(2; 5)$, $E(7; 0)$, $D(1; 0)$, $C(-3; 0)$, $B(0; -7)$, $A(0; 3)$.

ב. 19.5, 32. ג. לא. ד. כן.

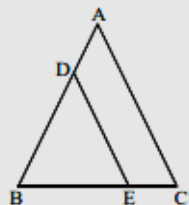
9. א. (1) מתאים ל-II, (2) מתאים ל-I.

ב. $Q(6; -1)$, $D(3; 0)$, $C(4; 3)$, $B(7; 0)$, $A(5; 0)$.

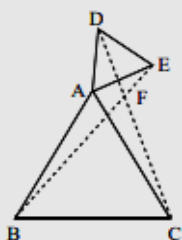
10. א. $Q(8; 21)$. א. $y = 3x - 3$. ג. $P(2; 3)$.

גאומטריה

שאלות עם משולשים



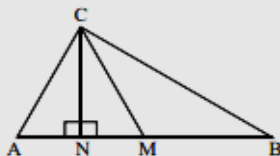
1. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
נתון: $DE \parallel AC$.
א. הוכיחו: $DB = DE$.
ב. הוכיחו: חוצה הזווית של $\angle ADE$ מקביל לבסיס BC.



2. המשולשים ABC ו- ADE הם משולשים שווים-צלעות. הקטעים BE ו- CD נחתכים בנקודה F.
א. הוכיחו: $\triangle ACD \cong \triangle ABE$.
ב. הוכיחו: $BE = CD$.
ג. הוכיחו: $\angle ACD = \angle ABE$.
ד. חשבו את הזווית BFC. הדרכה: סמנו $\angle ACD = \alpha$.

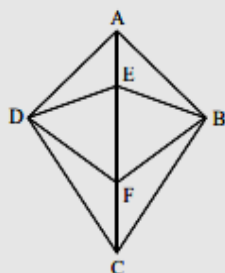


3. D ו- E הן נקודות על הצלע BC במשולש ABC. נתון: $BD = DE = EC$, $AB \perp AE$, $AD \perp AC$.
א. הוכיחו: המשולש ADE הוא שווה-צלעות.
ב. הוכיחו: $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADE} = S_{\triangle AEC}$.

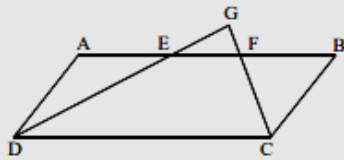


4. המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AC \perp BC$).
M ו- N הם נקודות על היתר AB כך ש- $AM = MB$, $CN \perp AB$. נתון: $BC = 2CN$.
א. הסבירו מדוע $\angle B = 30^\circ$.
ב. הוכיחו כי הגובה CN והתיכון CM מחלקים את הזווית ACB לשלוש זוויות שוות.

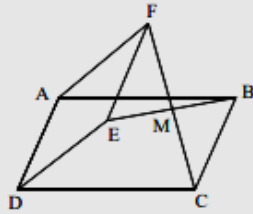
שאלות עם מרובעים



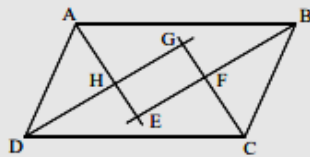
5. בדלתון ABCD ($BC = DC$, $AB = AD$) הנקודות E ו- F נמצאות על האלכסון AC. הוכיחו שהמרובע BEDF הוא דלתון.
ב. הוכיחו שהמרובע CBFD הוא דלתון.
ג. נתון: $\angle FDC = 2x - 5^\circ$, $\angle FBC = x + 10^\circ$. מצאו את הערך של x.



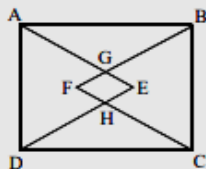
6. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע AB של מקבילית ABCD. המשכי הקטעים DE ו-CF נפגשים בנקודה G.
נתון: $AD = AE = BF$.
הוכיחו: $DG \perp CG$.



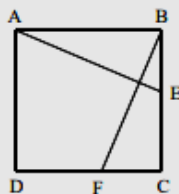
7. המרובעים ABCD ו-AFED הם מקביליות.
הקטעים FC ו-EB נחתכים בנקודה M.
הוכיחו: $FM = MC$.



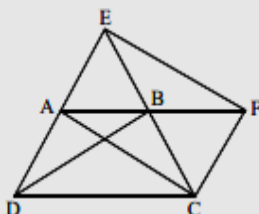
8. המרובע ABCD הוא מקבילית.
הקטעים AE, BE, CG ו-DG חוצים את הזוויות הפנימיות של המקבילית (ראה ציור).
א. הוכיחו: $\angle BFC = 90^\circ$.
ב. הוכיחו: המרובע EFGH הוא מלבן.
ג. הוכיחו: $GE = HF$.



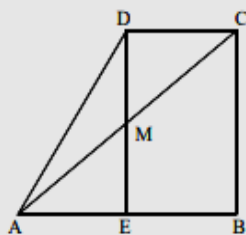
9. על הצלעות AD ו-BC של מלבן ABCD בנו משולשים שווי-צלעות ADE ו-BCF. G ו-H נקודות נחתכים BF ו-AE, DE ו-CF נקודות.
הוכיחו: המרובע EGFH הוא מעוין.



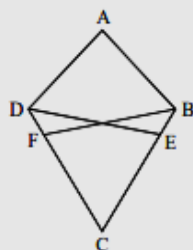
10. בריבוע ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות BC ו-CD בהתאמה.
נתון: $BE = CF$.
א. הוכיחו: $\triangle ABE \cong \triangle BCF$.
ב. הסבירו מדוע $\angle AEB = \angle BFC$.
ג. הוכיחו: $AE \perp BF$.
הדרכה: סמנו $\angle BFC = \alpha$.



11. בתוך משולש שווה-צלעות EDC חסום טרפז שווה-שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$). הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AB.
נתון: $BC = CF$.
א. הוכיחו: $\triangle ECF \cong \triangle DCB$.
ב. הוכיחו: $AC = EF$.



- 12.** ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle B = 90^\circ$).
 האלכסון AC חותך את גובה הטרפז DE
 בנקודה M (ראה ציור). נתון: $DM = ME$.
 א. הוכיחו כי $AE = EB$.
 ב. האנך מ-B לאלכסון AC
 חותך את האלכסון בנקודה G.
 הוכיחו כי $GE = EB$.



- 13.** המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC, AB = AD$).
 DE חוצה את הזווית ADC
 ו-BF חוצה את הזווית ABC.
 א. הוכיחו: $BE = DF$.
 ב. הוכיחו: המרובע BDFE
 הוא טרפז שווה-שוקיים.