

הנחיות לעבודת קיץ במתמטיקה לבוגרי כיתות ט' (4-5 יחידות לימוד)

תלמידים יקרים,

צוות מתמטיקה מברך אתכם על סיום לימודים בחטיבת הביניים וכניסתכם לתיכון.

מניסיונו, חודשי החופשה עלולים "להשכיח" נושאים מחומר הלימוד, לכן כדאי לתרגל את הנושאים השונים לקראת תחילת שנת הלימודים.

אנו ממליצים לכם לתכנן מראש את הימים בהם תפתרו את עבודת החופש. לא מומלץ לפתור את כל העבודה בתחילת החופש או בסופו. רצוי לתכנן את העבודה כך שבכל שבוע תפתרו מספר תרגילים, משני נושאים כל פעם לפחות. אנו לא ממליצים לסיים נושא אחרי נושא אלא לתרגל במקביל.

תלמידים שישלטו בנושאים אלו, ישתלבו בצורה מוצלחת בלימודי מתמטיקה בשנה הבאה.

אנו מאחלים לכם חופשה פורייה והצלחה בלימודים!!!

הנחיות:

1. עליכם לפתור את התרגילים ולהביא לשיעור המתמטיקה הראשון בתחילת שנת הלימודים.
2. יש להקפיד לרשום כל דרך הפתרון, בכתב קריא וברור, בדפדפת גדולה, מסודרים לפי סדר העבודה.



המתמטיקה מגלה את סודותיה לאלה האוהבים אותה (ארכימדס)

טכניקה אלגברית

פתרו את המשוואות הבאות (מצאו את ערכו של x):

$$7(x-2)+9(x+4)=16x+22 \quad .2 \qquad 9(2x-7)=17-4(x-2) \quad .1$$

$$\frac{2}{3}(x+1)-\frac{3}{7}(x+2)=1 \quad .4 \qquad \frac{3x-2}{8}-\frac{2+3x}{6}+\frac{1}{3}=0 \quad .3$$

$$(3x+5)^2=9(x+2)(x-2) \quad .6 \qquad (x-5)^2=x(x+15) \quad .5$$

עבור המשוואות הבאות: א. מצאו את תחום ההצבה של המשוואה.
ב. פתרו את המשוואה ובדקו את תשובתכם.

$$\frac{8}{x-3}-\frac{7}{x+2}=\frac{42}{(x-3)(x+2)} \quad .8 \qquad \frac{4}{x+2}+1=\frac{x}{3(x+2)} \quad .7$$

$$\frac{4x+6}{x+1}=\frac{2}{x+1}+4 \quad .10 \qquad \frac{2x-8}{x-4}=3 \quad .9$$

פתרו את מערכות המשוואות הבאות בדרך שתבחרו:

$$5x+3y=29 \quad .12 \qquad y=-4x+17 \quad .11$$

$$7x-5y=13 \qquad y=3x+5$$

$$\frac{2x-3}{2}+\frac{y+1}{8}=4 \quad .14 \qquad 3(2y-5)=6+x \quad .13$$

$$\frac{x+1}{3}+\frac{3y-1}{4}=4 \qquad 2(3x-4)=4x-2$$

נוסחאות הכפל המקוצר: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

פתרו את המשוואות הריבועיות הבאות:

$$x^2-6x=40 \quad .16 \qquad x^2+8x+12=0 \quad .15$$

$$-5x^2+x-3=0 \quad .18 \qquad 9x^2=4(3x-1) \quad .17$$

$$5x^2-10x=0 \quad .20 \qquad -3x^2+300=0 \quad .19$$

$$21. (x+1)^2 = 1 - x^2 \quad 22. (x+5)^2 - (x-6)^2 = 121$$

עבור כל אחת מהמשוואות הבאות :

א. מצאו את תחום ההצבה של המשוואה. ב. פתרו את המשוואה.

$$23. \frac{x^2}{x+5} = \frac{25}{x+5} \quad 24. \frac{1}{(x-3)^2} + \frac{4}{x(x-3)} = \frac{2}{x-3}$$

פתרו את המשוואות הבאות (במידת הצורך, היעזרו בפירוק לגורמים) :

$$25. \frac{6}{x^2+8x} = \frac{x+1}{2x+16} \quad 26. \frac{1}{x-3} + \frac{7}{x+3} = \frac{14}{x^2-9}$$

$$27. \frac{5}{x^2-4x} + \frac{45}{x^2+4x} = \frac{18}{x^2-16} \quad 28. \frac{9}{x^2-4x+4} = \frac{2x-7}{x-2}$$

$$29. \frac{2}{x^2-5x+4} = \frac{1}{x-4} \quad 30. \frac{18}{x^2-x-12} + \frac{3x-25}{4x^2+12x} = 0$$

$$31. \frac{8}{x^2-3x-10} + 1 = \frac{8}{x+2} - \frac{1}{5-x} \quad 32. \frac{3x}{x^2+5x+6} = \frac{2x+2}{x^2+6x+9}$$

צמצמו את השברים הבאים (במידת הצורך, היעזרו בפירוק לגורמים) :

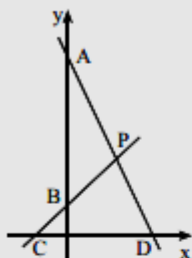
$$33. \frac{6ab}{3b^2} \quad 34. \frac{x^2-4}{x^2+2x} \quad 35. \frac{a^2-8a+16}{a-4} \quad 36. \frac{x^2-4x+3}{2x-2}$$

פתרו את מערכות המשוואות הבאות :

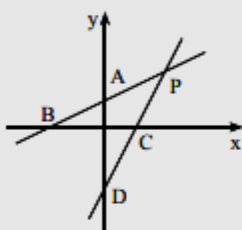
$$37. \begin{cases} y = x^2 - 8 \\ y = 2x \end{cases} \quad 38. \begin{cases} y = x^2 + 2x - 8 \\ y = -x^2 + 6x - 10 \end{cases}$$

- תשובות:** 1. 4. 2. אינסוף פתרונות (כל x). 3. -2. 4. 5. 5. 1. 6. $-\frac{1}{30}$. 7. א. $x \neq -2$. ב. -9. 8. א. $x \neq 3$, $x \neq -2$. ב. $x \neq 4$. א. אין פתרון. 9. א. $x \neq -1$. ב. $x \neq -1$. 10. א. $x \neq -1$. ב. $x \neq -1$. 11. $(1\frac{5}{7}; 10\frac{1}{7})$. 12. (4;3). 13. (3;4). 14. (5;3). 15. -2, -6. 16. -4, 10. 17. $\frac{2}{3}$. 18. אין פתרון. 19. $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$. 20. 0, 2. 21. -1, 0. 22. 6. 23. א. $x \neq -5$. ב. 5. 24. א. $x \neq 0$, $x \neq 3$. ב. 1.5, 4. 25. 3, -4. 26. -6. 27. 5. 28. $\frac{1}{2}$, 5. 29. 3. 30. -5, $-6\frac{2}{3}$. 31. 6. 32. -4, 1. 33. $\frac{2a}{b}$. 34. $\frac{x-2}{x}$. 35. $a-4$. 36. $\frac{x-3}{2}$. 37. (4;8), (-2;-4). 38. (1;-5).

הנדסה אנליטית – משוואת ישר



1. הישרים AD ו-BC הם הגרפים של הפונקציות $y = -2x + 22$ ו- $y = x + 4$, בהתאמה.
 א. מצאו את שיעורי הנקודות: P, D, C, B, A .
 ב. חשבו את שטח המשולש PCD.
 ג. חשבו את שטח המשולש PAB.

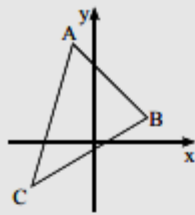


2. הישרים AB ו-CD הם הגרפים של הפונקציות $y = \frac{1}{2}x + 1$ ו- $y = 2x - 3$.
 P היא נקודת החיתוך של שני הישרים.
 א. מצאו את שיעורי הנקודות: P, D, C, B, A .
 א. חשבו את שטח המשולש PBC.
 ב. חשבו את שטח המשולש PAD.

3. א. מצאו את משוואת הישר ששיפועו 2 ועובר דרך הנקודה (3;4).
 ב. רק אחת מהנקודות (8;14), (0;2), (-12;-22) נמצאת על הישר שאת משוואתו מצאתם בסעיף א'.
 מהי הנקודה?

4. א. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודה (8;20) ושיפועו 5.
 ב. הישר שמצאתם בסעיף א' חותך את הישר $y = x$ בנקודה A.
 מצאו את שיעורי נקודה זו.

5. נתון ישר העובר דרך הנקודות (3;5) ו- (1;1).
 א. מצאו את שיפוע הישר.
 ב. מצאו את משוואת הישר.

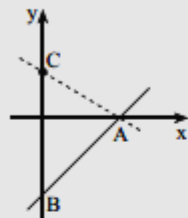


6. קדקודי משולש ABC הם :

$A(-1;4)$, $B(2;1)$, $C(-3;-2)$.

א. מצאו את משוואת הצלע AB .

ב. מצאו את משוואת הצלע AC .



7. הישר $y = x - 6$ חותך את ציר ה- x בנקודה A

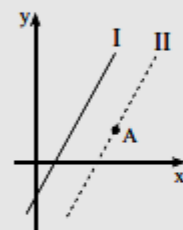
ואת ציר ה- y בנקודה B . הנקודה C נמצאת

על חלקו החיובי של ציר ה- y . נתון : $BC = 10$.

א. מצאו את משוואת הישר העובר דרך

הנקודות A ו- C .

ב. חשבו את שטח המשולש ABC .



8. נתון הישר I שמשוואתו $y = 2x - 3$.

הישר II מקביל לישר I ועובר

דרך הנקודה $A(5;2)$.

מצאו את משוואתו של הישר II .

תשובות:

1. א. $A(0;22)$, $B(0;4)$, $C(-4;0)$, $D(11;0)$, $P(6;10)$.

ב. 75 . ג. 54 .

2. א. $A(0;1)$, $B(-2;0)$, $C(1\frac{1}{2};0)$, $D(0;-3)$, $P(2\frac{2}{3};2\frac{1}{3})$.

ב. $4\frac{1}{12}$. ג. $5\frac{1}{3}$.

3. א. $y = 2x - 2$. ב. $(8;14)$.

4. א. $y = 5x - 20$. ב. $(5;5)$.

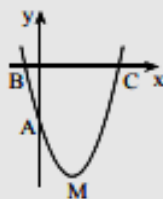
5. א. 2 . ב. $y = 2x - 1$.

6. א. $y = -x + 3$. ב. $y = 3x + 7$.

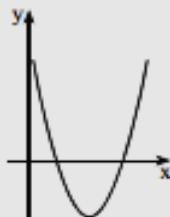
7. א. $y = -\frac{2}{3}x + 4$. ב. 30 .

8. $y = 2x - 8$.

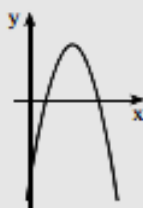
פונקציה ריבועית – פרבולה



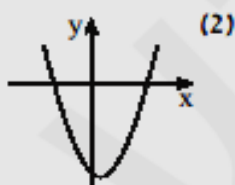
1. בשרטוט נתון גרף הפרבולה $y = x^2 - 4x - 5$. הנקודה M היא קדקוד הפרבולה. A, B, C הן נקודות החיתוך של הפרבולה עם הצירים. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, M.



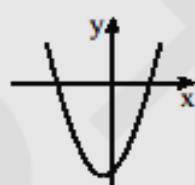
2. בצויר משורטט גרף הפונקציה $y = x^2 - 8x + 12$.
 א. מצאו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
 ג. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?
 ד. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה.
 ה. רשמו את התחום שבו הפונקציה חיובית.
 ו. רשמו את התחום שבו הפונקציה שלילית.
 ז. בכמה נקודות חותך הישר $y = -2$ את גרף הפונקציה?
 ענו על פי השרטוט, כלומר ללא חישובים.



3. בצויר שלפניך משורטט גרף הפונקציה $y = -x^2 + 10x - 16$.
 א. מצא את נקודות החיתוך של הגרף עם הצירים.
 ב. עבור אילו ערכי x הפונקציה הנתונה חיובית?
 ג. מהו הערך המקסימלי שהפונקציה מקבלת, ובאיזו נקודה מתקבל ערך זה?
 ד. עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה?



(2)



(1)

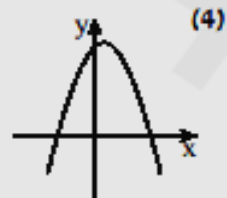
4. נתונות משוואות של ארבע פונקציות:

$$f(x) = -x^2 + x + 6$$

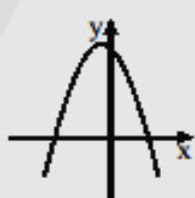
$$g(x) = x^2 + x - 6$$

$$h(x) = x^2 - x - 6$$

$$k(x) = -x^2 - x + 6$$



(4)

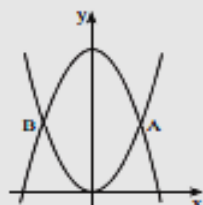


(3)

- לפניכם גרפים של ארבע הפונקציות. התאימו לכל פונקציה את הגרף המתאים לה על פי מציאת נקודות האפס, ובהתאם למקדם של x^2 .

5. נתונה הפונקציה $f(x) = (x+4)(x-2)$.

- מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- עבור אילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ יורדת וחיובית?
- עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה ושלילית?
- מהו תחום הערכים שהפונקציה $f(x)$ יכולה לקבל?
- לאילו ערכי k , הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה אחת?



6. נתונות שתי פרבולות: $y = x^2$

$$y = 18 - x^2$$

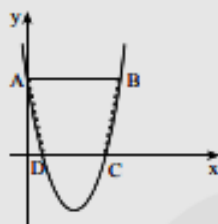
מצאו את נקודות החיתוך בין הפרבולות (הנקודות A ו-B שבשרטוט).



7. בצויר משורטטים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 \text{ ו- } g(x) = x + 3$$

- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) = g(x)$?
- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) > g(x)$?
- לאילו ערכי x מתקיים $f(x) < g(x)$?



8. השרטוט מתאר את גרף הפונקציה

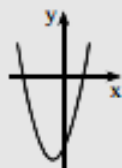
$$y = x^2 - 6x + 5$$

הישר AB מקביל לציר ה- x .

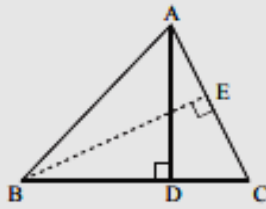
- מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
- חשבו את שטח הטרפז ABCD.

תשובות:

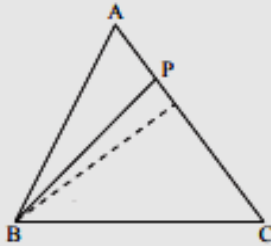
1. $M(2; -9)$, $C(5; 0)$, $B(-1; 0)$, $A(0; -5)$.
2. א. $(4; -4)$. ב. עלייה: $x > 4$, ירידה: $x < 4$. ג. -4 . ד. $(2; 0)$, $(6; 0)$.
ה. $x > 6$ או $x < 2$. ו. $2 < x < 6$. ז. בשתי נקודות.
3. א. $(2; 0)$, $(8; 0)$, $(0; -16)$. ב. $2 < x < 8$. ג. 9 , בנקודה $(5; 9)$. ד. $x < 5$.
4. א. $f(x)$ - (4), $g(x)$ - (1), $h(x)$ - (2), $k(x)$ - (3).
5. א. $(-4; 0)$, $(2; 0)$, $(0; -8)$. ג.
ב. $(-1; -9)$ מינימום.
ד. $x < -4$. ה. $-1 < x < 2$.
ו. $f(x) \geq -9$. ז. $k = -9$.
6. $B(-3; 9)$, $A(3; 9)$. 7. א. $x = 6$, $x = 1$. ב. $x > 6$ או $x < 1$. ג. $1 < x < 6$.
8. א. $A(0; 5)$, $B(6; 5)$. ב. 25 יח"ר.



חישובי שטחים



1. AD ו- BE הם גבהים במשולש ABC.
נתון: $BC = 20$ ס"מ, $AC = 16$ ס"מ, $AD = 12$ ס"מ.
א. חשבו את שטח המשולש.
ב. מצאו את אורך הגובה BE.

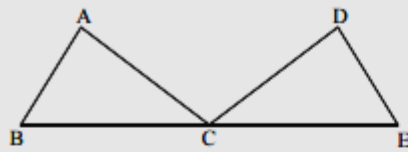


2. במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AC.
נתון: $AP = 3$ ס"מ, $CP = 6$ ס"מ, $S_{\triangle CBP} = 24$ סמ"ר.
חשבו את שטח המשולש ABC.

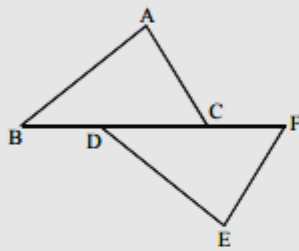
תשובות:

1. א. 120 סמ"ר. ב. 15 ס"מ. 2. 36 סמ"ר.

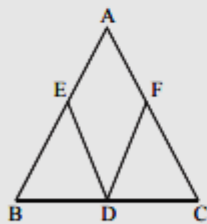
גאומטריה



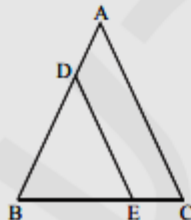
1. הנקודות B, C ו-E שבשרטוט
נמצאות על ישר אחד. נתון: $AB = DE$,
 $\angle A = \angle D$, $AC = DC$
א. הוכיחו: הנקודה C
היא אמצע הקטע BE.
ב. נתון: $\angle ACB = 35^\circ$. חשבו את הזוויות DCE ו-ACD.



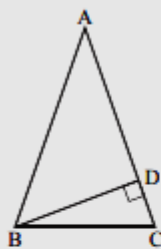
2. הנקודות B, D, C ו-E שבשרטוט
נמצאות על ישר אחד. נתון: $AB = DE$,
 $\angle BDE = \angle FCA$, $\angle A = \angle E$
א. הוכיחו: $\triangle ABC \cong \triangle EDF$
ב. (1) הוכיחו: $BC = DF$
(2) הוכיחו: $BD = CF$
ג. נתון: $DC = 4$ ס"מ, $BF = 10$ ס"מ.
חשבו את אורך הקטע CF.



3. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
D - אמצע הבסיס BC. נתון: $BE = CF$.
א. הוכיחו: $\triangle BDE \cong \triangle CDF$.
ב. הוכיחו: $DE = DF$.
ג. הוכיחו: $AE = AF$.
ד. הוכיחו: $\angle AED = \angle AFD$.



4. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).
נתון: $DE \parallel AC$.
א. הוכיחו: $DB = DE$.
ב. הוכיחו: חוצה הזווית של $\angle ADE$
מקביל לבסיס BC.



5. המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).

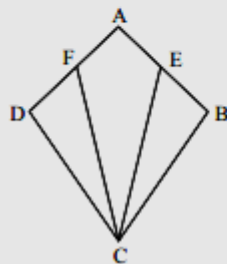
BD הוא הגובה לשוק AC. נתון: $\angle DBC = 15^\circ$.

א. חשבו את גודל הזווית A.

ב. נתון: $AC = 8$ ס"מ.

חשבו את שטח המשולש ABC.

הדרכה: במשולש ישר זווית שבו אחת הזוויות היא 30° , הניצב שמול זווית זו שווה למחצית היתר.



6. המרובע ABCD הוא דלתון ($BC = DC$, $AB = AD$).

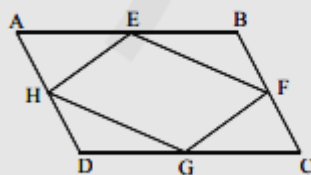
E ו-F הן אמצעי הצלעות AB ו-AD.

א. הוכיחו: $\triangle CBE \cong \triangle CDF$.

ב. הוכיחו: המרובע AECF הוא דלתון.

ג. נתון: $\angle CEB = 64^\circ$.

חשבו את הזווית AFC.



7. המרובע ABCD הוא מקבילית.

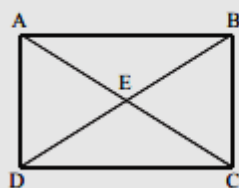
E, F, G ו-H הן אמצעי הצלעות

AB, BC, DC ו-AD, בהתאמה.

א. הוכיחו: $\triangle AEH \cong \triangle CGF$.

ב. הוכיחו: $EH = GF$.

ג. הוכיחו: המרובע EFGH הוא מקבילית.



8. לפניכם מקבילית ABCD שאלכסוניה

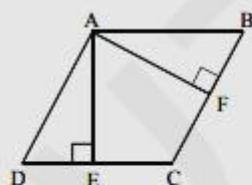
נפגשים בנקודה E.

בכל אחד מהסעיפים הבאים ישנם

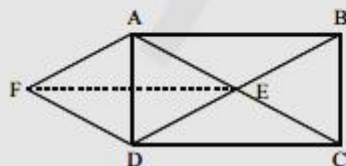
נתונים נוספים על המקבילית.

הסבירו מדוע המקבילית היא מלבן:

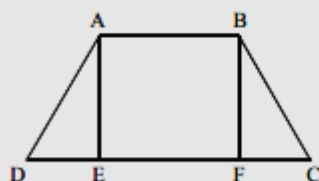
א. $BE = CE$. ב. $\angle ABC = \angle BCD$.



- 9.** המרובע ABCD הוא מעוין.
 AE ו-AF הם הגבהים
 לצלעות DC ו-BC בהתאמה.
 א. הוכיחו: $\triangle ADE \cong \triangle ABF$.
 ב. הוכיחו: $AE = AF$.
 ג. השלימו: הגבהים במעוין _____ זה לזה.



- 10.** אלכסוני המלבן ABCD נפגשים
 בנקודה E. נתון: $AF = DE$,
 FE חוצה זווית של $\angle AED$.
 א. הוכיחו: המרובע AEDF הוא מעוין.
 ב. הוכיחו: המרובע ABEF הוא מקבילית.



- 11.** AE ו-BF הם גבהים בטרפז שווה-שוקיים
 ABCD ($AD = BC$, $AB \parallel DC$).
 א. הוכיחו: $\triangle ADE \cong \triangle BCF$.
 ב. הוכיחו: $DE = CF$.
 ג. נתון: $AB = 10$ ס"מ, $DC = 19$ ס"מ,
 $\angle C = 60^\circ$. חשבו את היקף הטרפז.

תשובות:

1. ב. 35° , 110° . 2. ג. 3 ס"מ.
5. א. 30° . ב. 16 סמ"ר. 6. ג. 116° .
9. ג. שווים.
11. ג. 47 ס"מ.