

עבודת קיץ במתמטיקה לתלמידות ולתלמידים שעולים לכיתות י' – 3 יח"ל

משוואות ופרבולות

1. פתרו את המשוואות הבאות :

$\frac{3x+8}{2} - 4x = \frac{x-5}{3}$	$\frac{3x-4}{3} - \frac{5x-1}{9} = \frac{2x+4}{6}$
---------------------------------------	--

2. פתרו את המשוואות הבאות ע"י נוסחאות הכפל המקוצר:

$(x-5)^2 = x(x+15)$	$(x-2)^2 - (x-2) = 0$
---------------------	-----------------------

3. פתרו את המשוואות הבאות עם שני משתנים / נעלמים X ו- Y

בשיטת ההצבה או בשיטת השוואת מקדמים (הנגדת מקדמים-מקדמים נגדיים כמו +8 , -8)

$\begin{cases} 3x + 7y = -48 \\ -5x + 4y = 33 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ 8x + 5y = 21 \end{cases}$	$\begin{cases} 3x + 2y = 22 \\ 5x + y = 18 \end{cases}$ $\begin{cases} -3x + 5y = -19 \\ 9x + 4y = 19 \end{cases}$
--	---

4. פתרו את המשוואות הריבועיות הבאות עי נוסחת השורשים $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$(x + 6)(x - 4) = 56$	$(x + 3)^2 + (2x - 1)(2x + 1) = x^2 + 18$
-----------------------	---

5. פתרו את הבעיות המילוליות הבאות – בעיות קנייה עם שני משתנים x ו- y

<u>בעיה ראשונה</u>	<u>בעיה שנייה</u>
3 ק"ג תפוחים ו-5 ק"ג אגסים עולים ביחד 25 שקלים.	מחירם של שולחן אחד ו-4 כיסאות הוא בסה"כ 1500 שקלים.
4 ק"ג תפוחים ו-2 ק"ג אגסים עולים ביחד 17 שקלים.	מחירם של שני שולחנות ו-6 כיסאות הוא בסה"כ 2500 שקלים.
מהו המחיר של 1 ק"ג תפוחים, ומהו המחיר של 1 ק"ג אגסים.	מהו המחיר של כיסא אחד ומהו המחיר של שולחן אחד.

פונקציה קווית – משוואת הישר $y = mx + b$

m – שיפוע הישר – המקדם של x . $-b = (0, b) = (0, y)$ – נקודת חיתוך של הישר עם ציר y

הסוג של הפונקציה הקווית נקבע ע"פ השיפוע – שיפוע חיובי ($m > 0$) פונקציה קווית עולה
שיפוע שלילי ($m < 0$) – פונקציה קווית יורדת. שיפוע אפס ($m = 0$) פונקציה קווית קבועה

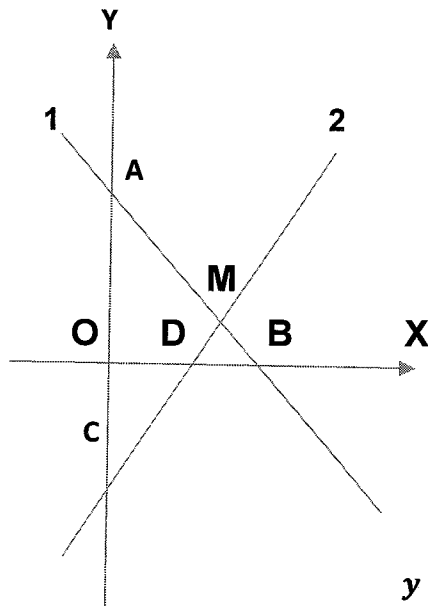
נוסחה למציאת שיפוע הישר ע"פ שתי נקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

מציאת משוואת הישר ע"פ השיפוע m ונקודה אחת (x_1, y_1) על הישר $y - y_1 = m(x - x_1)$

5. א. מצאו את משוואת הישר ששיפועו 5 ועובר דרך הנקודה $(3, -8)$

5. ב. מצאו את משוואת הישר שעובר דרך הנקודות $(2, -6)$ ו- $(4, 10)$

שאלה בפונקציה קווית



נתונות שתי הפונקציות הבאות :

א. $y = -x + 10$ ב. $y = 2x - 8$

(1) התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה, ונמקו.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות A , B , C , D , M . כתבו את דרך הפתרון.

נקודה A	נקודה B	נקודה C	נקודה D	נקודה M

(3) מצאו את שטח המשולש AOB וכתבו את דרך הפתרון.

(4) עבור אילו ערכים של X הפונקציה $y = 2x - 8$ חיובית

(כתבו את דרך הפתרון ע"י אי שוויון)

(5) מצאו את משוואת הישר שעובר דרך הנקודות B ו-C שמצאתם בסעיף 2 .



השלבים לביצוע חקירת פונקציה ריבועית $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

a - מקדם של x^2 - כל מספר חיובי או שלילי, חוץ מאפס, שכתוב לפני x^2 .

b - מקדם של x - כל מספר חיובי או שלילי שכתוב לפני x . ואם אין x אז $b = 0$.

c - מספר חופשי (חיובי או שלילי) ללא x^2 או x . ואם אין מספר חופשי אז $c = 0$.

חקירת פונקציה ריבועית $y = ax^2 + bx + c$

1. מציאת ציר הסימטריה - ע"י הצבה בנוסחה $x = \frac{-b}{2a}$

2. מציאת נקודת קודקוד הפונקציה / הפרבולה (x, y)

מציאת x קודקוד - ע"י הצבה בנוסחה - $x = \frac{-b}{2a}$ קודקוד

מציאת y קודקוד - ע"י הצבת x קודקוד במקום x בפונקציה הריבועית.

לפרבולה ישרה ("מחייכת") - כאשר ($a > 0$) - יש נקודת מינימום בקודקוד.

לפרבולה הפוכה ("עצובה") - כאשר ($a < 0$) - יש נקודת מקסימום בקודקוד.

3. מציאת נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- y $(0, c)$

למציאת y הציבו $x = 0$ בפונקציה הריבועית ובדקו שקבלתם $y = c$

כלומר $y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = \text{-----}$

4. מציאת נקודות חיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x (נקודות האפס) $(x, 0)$ -

הצבת $y = 0$ בפונקציה הריבועית $y = ax^2 + bx + c$ כלומר $0 = ax^2 + bx + c$

ומציאת הנקודות ע"י שימוש

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

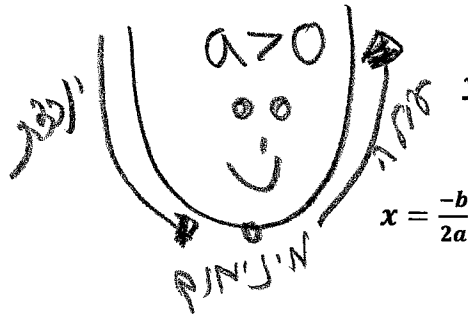
בנוסחת השורשים

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

למידה פורייה המורה למתמטיקה לוי אורלי ☺



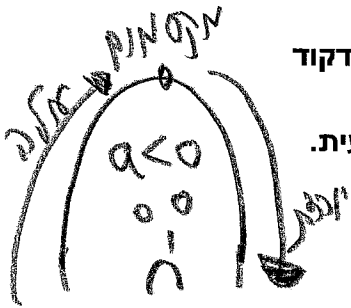


סיכום של פונקציה ריבועית $y = a^2 + bx + c$

חקירת פונקציה ריבועית $y = ax^2 + bx + c$

1. מציאת ציר הסימטריה (ללמוד בע"פ את הנוסחה)

2. מציאת נקודת קודקוד הפונקציה / הפרבולה (x, y)



מציאת X קודקוד (ללמוד בע"פ את הנוסחה) $x = \frac{-b}{2a}$ קודקוד

מציאת Y קודקוד - ע"י הצבת X קודקוד במקום X בפונקציה הריבועית.

3. מציאת נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-Y $(0, y) = (0, c)$

למציאת y הציבו $x = 0$ בפונקציה הריבועית ובדקו שקבלתם $y = c$

4. מציאת נקודות חיתוך של הפרבולה עם ציר ה-X (נקודות האפס) $(x, 0)$ - ע"י נוסחת השורשים

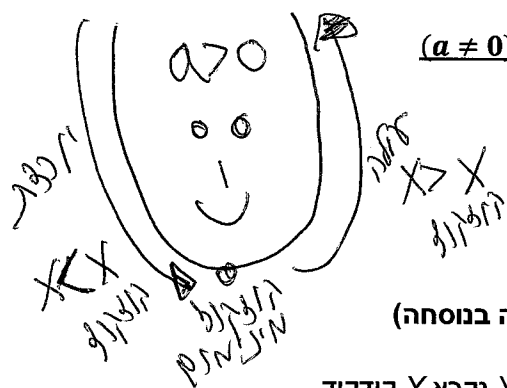
נוסחת השורשים עבור משוואה ריבועית מסודרת $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ($x_1 = x_2$ פתרון יחיד), שני פתרונות שונים, אין פתרון

5. פונקציה חיובית ($y > 0$) - הפרבולה מעל ציר ה-X (x - מספרים, y פונקציה)

6. פונקציה שלילית ($y < 0$) - הפרבולה מתחת לציר ה-X

<u>פרבולה מעובה / בוכה ($a < 0$) הפוכה</u>	<u>פרבולה מחייכת / צוחקת ($a > 0$) ישירה</u>
1. קודקוד של פרבולה מעובה / בוכה	1. קודקוד של פרבולה מחייכת
הוא קודקוד מקסימום	הוא קודקוד מינימום
2. הפונקציה עולה כשפרבולה מעובה	2. הפונקציה עולה כשפרבולה מחייכת
משמאל לקודקוד X קודקוד $x <$	מימין לקודקוד X קודקוד $x >$
3. הפונקציה יורדת - פרבולה מעובה	3. הפונקציה יורדת - פרבולה מחייכת
מימין לקודקוד X קודקוד $x >$	משמאל לקודקוד X קודקוד $x <$
ככל שהערך של a גדל פרבולה רחבה יותר	ככל שהערך של a גדל הפרבולה צרה יותר



נושא השיעור : חקירת פונקציה ריבועית $(a \neq 0) y = x^2 - 4x + 3$

נתונה הפונקציה הריבועית $y = x^2 - 4x + 3$

א. השלימו: $a = \text{-----}$, $b = \text{-----}$, $c = \text{-----}$

ב. סוג הפרבולה: ----- נימוק: -----

ג. מציאת ציר סימטריה: $x = \frac{-b}{2a} = \text{-----}$ (פעולת הצבה בנוסחה)

ד. מציאת קודקוד הפרבולה (x, y) - שיעור ה- X נקרא X קודקוד, ושיעור ה- Y נקרא Y קודקוד

מציאת X קודקוד $x = \frac{-b}{2a} = \text{-----}$ (פעולת הצבה בנוסחה)

מציאת Y קודקוד $y = x^2 - 4x + 3 = \text{-----}$

(נמצא את Y קודקוד ע"י הצבת X קודקוד במקום X בפונקציה הריבועית)

קודקוד הפרבולה (x, y) הוא -----

ה. האם קודקוד הפרבולה הוא מינימום או מקסימום? ----- נימוק: -----

ו. נמצא את נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- Y

השלימו $y = x^2 - 4x + 3 = \text{-----}$, $c = \text{-----}$

(למציאת y הציבו $x = 0$ בפונקציה הריבועית ובדקו שקבלתם $y = c$)

לכן נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- Y היא $(0, y) = (0, c) = \text{-----}$

ז. כדי למצוא את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- X נציב $y = 0$ בפונקציה

ונקבל $0 = x^2 - 4x + 3$. נחשב באמצעות נוסחת השורשים $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $(a \neq 0)$

$a = \text{---}$, $b = \text{---}$, $c = \text{---}$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \text{-----}$ (פעולת הצבה)

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \text{-----}$ (פתרון ראשון)

$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \text{-----}$ (פתרון שני)

השלימו: פתרונות המשוואה הריבועית $x^2 - 4x + 3$ הם: $x_1 = \text{---}$ ו- $x_2 = \text{---}$

לכן נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- X הן: $(-, 0)$, $(-, 0)$

*ח. הגדירו מהן נקודות סימטריות? תשובה-----

מהי הנקודה שסימטרית לנקודה $(0, 3)$? השלימו את הנתון שחסר $(4, -)$ ונמקו-----

ט. השלימו את הנתונים שחסרים בטבלת ערכים הבאה ע"פ הנקודות שמצאתם קודם

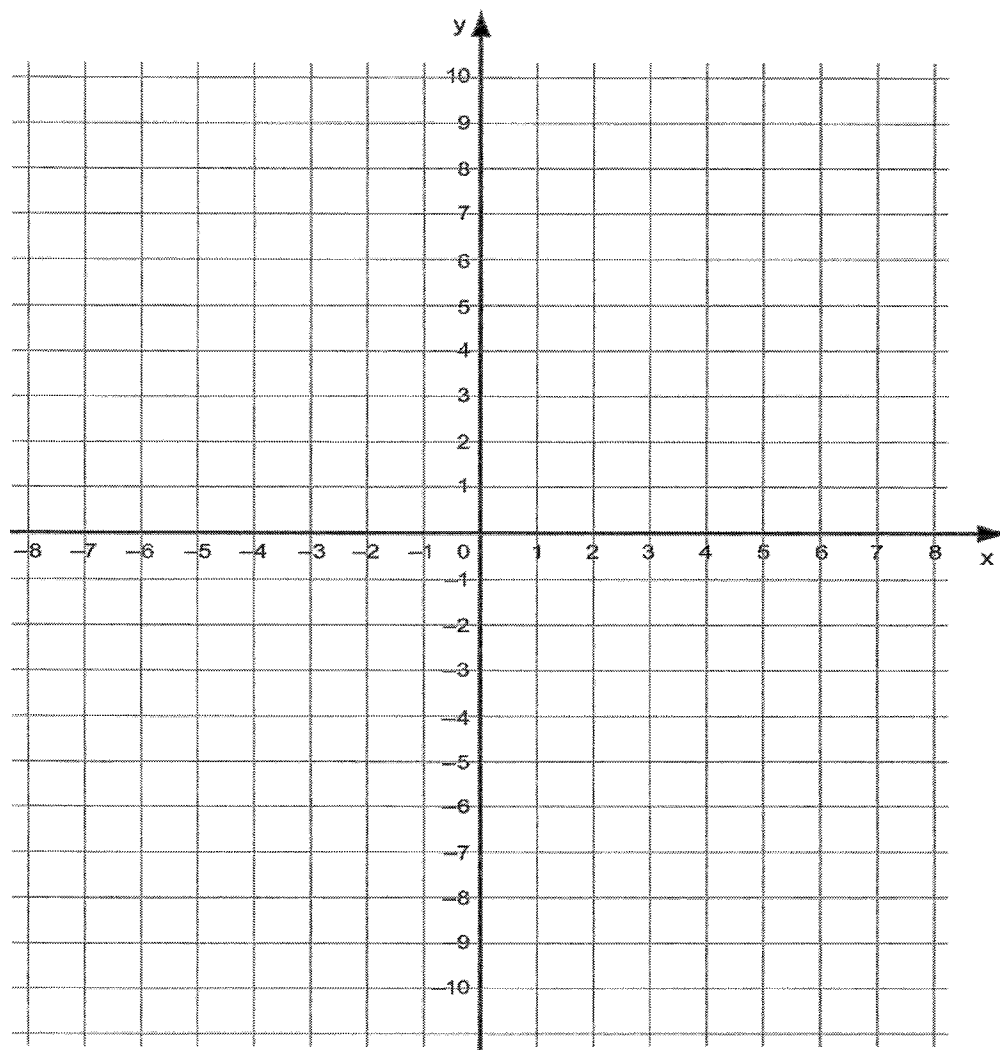
X	0	1	2	3	4
Y					

י. שרטטו הפרבולה המתאימה ע"פ הנקודות שבטבלת ערכים עם ציר הסימטריה שלה

יא. הפונקציה עולה(מימין לקודקוד)בתחום ----- ויורדת (משמאל לקודקוד)בתחום-----

יב. הפונקציה חיובית $(y > 0)$ - כשגרף הפרבולה מעל ציר ה-X בתחום -----

הפונקציה שלילית $(y < 0)$ כשגרף הפרבולה מתחת לציר ה-X בתחום -----



נושא השיעור: מציאת חיתוך בין ישר לפרבולה בדרך אלגברית (חישוב)

בפתרון האלגברי נקודות החיתוך בין הישר לפרבולה הן נקודות משותפות לשתי הפונקציות.

מסתכלים על הייצוג האלגברי של כל פונקציה כמשוואה ופותרים מערכת משוואות שבנויה משתי הפונקציות.

אם למערכת משוואות יש שני פתרונות שונים אז לגרפים המתאימים יש שתי נקודות חיתוך.

אם למערכת משוואות יש פתרון אחד, אז לגרפים המתאימים יש נקודת חיתוך אחת.

אם למערכת משוואות אין פתרון, אז הגרפים המתאימים אינם נחתכים ואין נקודת חיתוך

השלבים למציאת חיתוך בין ישר לפרבולה ע"י חישוב- פתרון אלגברי הם:

1. משווים בין הייצוגים האלגבריים של שתי הפונקציות (השוואת המשוואות).

2. מסדרים את המשוואה – לקבלת משוואה ריבועית מסודרת בצורה $ax^2 + bx + c = 0$

3. פותרים את המשוואה הריבועית כדי למצוא את שיעורי ה-X של הנקודות.

4. מוצאים את שיעורי ה-Y של הנקודות - מציבים כל אחד משיעורי ה-X באחת משתי הפונקציות למשל בפונקציית הישר.

5. כותבים את הפתרונות כזוג סדור (x, y) שהם שיעורי נקודות החיתוך בין הישר לפרבולה.

6. בודקים פתרונות מציבים בפונקציה השנייה את שיעורי הנקודות, ובודקים שהתקבל שוויון.

תרגול הנושא :

מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הישר והפרבולה בדרך אלגברית של הפונקציות הבאות :

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y = x - 3 \end{cases} & \text{ב.} & \begin{cases} y = x^2 - 5x \\ y = -3x - 1 \end{cases} & \text{ג.} & \begin{cases} y = -10x^2 + 9x + 5 \\ y = -5x + 13 \end{cases} \end{array}$$

מציאת נקודות חיתוך בין שתי פרבולות ע"י פתרון מערכת משוואות ריבועיות

קיימים שלושה מצבים אפשריים בין שתי פרבולות:

1. שתי הפרבולות חותכות זו את זו בשתי נקודות שונות,

לכן למערכת המשוואות יש שני פתרונות שונים.

2. שתי הפרבולות משיקות זו לזו כלומר נוגעות זו בזו בנקודה אחת,

לכן למערכת המשוואות יש פתרון אחד.

3. שתי הפרבולות לא נחתכות בשום נקודה - אין נקודת חיתוך ביניהן.

לכן למערכת המשוואות אין פתרון.

מוצאים את נקודות החיתוך בין שתי פרבולות לפי אותם שלבים – אותה דרך פתרון שמוצאים את נקודות החיתוך בין ישר לפרבולה

משימה ראשונה (משבצת חלק ב עמוד 769 תרגיל 1, עמ 897 תרגיל 1

פתרו כל אחת ממערכת המשוואות ומצאו את נקודות החיתוך בין הפרבולות :

$$\text{א. } \begin{cases} y = -x^2 + 3x + 2 \\ y = x^2 - 7x + 10 \end{cases}$$

$$\text{ב. } \begin{cases} y = x^2 - 7x + 10 \\ y = x^2 - 3x + 2 \end{cases}$$

$$\text{ג. } \begin{cases} y = -x^2 + 4x - 3 \\ y = x^2 + 2x + 3 \end{cases}$$

פונקציה ריבועית $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) פרבולה

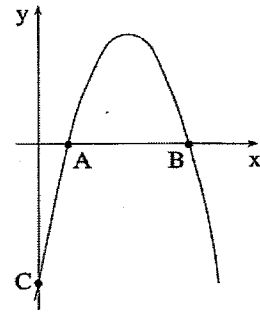
7. נתונה הפונקציה הריבועית : $y = x^2 + 6x + 9$

א. מצאו את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-X.

ב. מצאו את נקודת החיתוך של הפרבולה עם ציר ה-Y.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד של הפרבולה.

8. לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $y = -x^2 + 6x - 5$.



א. חשבו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.

ב. חשבו את שיעורי נקודת החיתוך של הגרף עם ציר ה-y.

ג. מהו המרחק בין הנקודה C (ראו סרטוט) לראשית הצירים?

ד. מצאו את המרחק בין הנקודה A לנקודה B (ראו סרטוט).

ה. מצאו את המרחק בין הנקודה A לראשית הצירים.

9. נתונים פרבולה וישר:

$$\begin{cases} y = x^2 - 2x - 4 \\ y = x + 6 \end{cases}$$

א. מצאו את נקודות החיתוך בין הפרבולה לישר.

ב. מצאו את קודקוד הפרבולה.

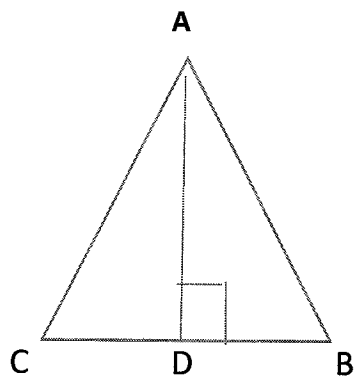
ג. מצאו את המרחק בין נקודת החיתוך של

הפרבולה עם ציר ה-y לבין ראשית הצירים.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפרבולה.

גיאומטריה

שאלה ראשונה



משולש ABC הוא משולש שווה שוקיים, $AC = AB$

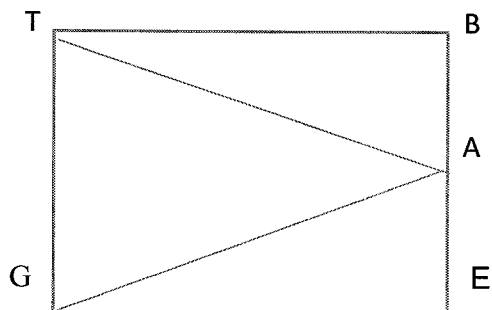
$AD \perp BC$

$BC = 12$ ס"מ, $AD = 8$ ס"מ

א. חשבו את שטח המשולש ABC

ב. חשבו את היקף המשולש ABC

שאלה שנייה



נתון מלבן TBEG. נקודה A אמצע צלע BE.

$AE = 7$, $TB = 18$, המידות בס"מ.

א. מצאו את אורך צלע AT.

ב. מצאו את שטח משולש TBA.

שאלה שלישית - מקבילית -

במקבילית ABCD

נתון:

BE גובה לצלע AD , BF גובה לצלע CD
ס"מ $AD = 12$, ס"מ $BE = 5$, ס"מ $BF = 10$

א. חשבו את שטח המקבילית :

תרגיל:

תשובה:

ב. חשבו את אורך הצלע CD ונמקו

תרגיל:

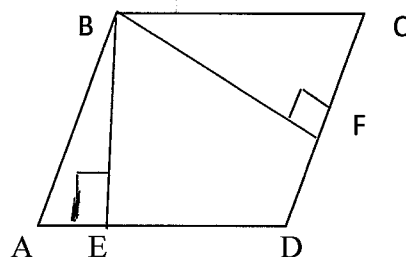
תשובה:

ג. חשבו את היקף המקבילית

תרגיל:

תשובה:

ד. נתון $\angle A = 40^\circ$ מצאו את גודלה של זווית C ונמקו.



ה. חשבו את אורך הקטע AE

חופשה בעימה ובטוחה! מצורות המתמטיקה

6. פתרון משוואות עם נוסחאות הכפל המקוצר

נוסחאות הכפל המקוצר:

$$(a + b)(a - b) = (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)(a + b) = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a - b) = (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

פתרו את המשוואות הבאות :

$$(3x - 1)^2 = (9x + 9)(x - 1)$$

$$(7 - x)(7 + x) + 3x^2 = x(x + 7) + x^2$$

$$(1 - 2x)^2 = (x - 3)(5 + 4x)$$

$$x^2 + 3x - 4(x + 3) = -9x - 27$$

$$(2x - 7)(x + 1) = 5$$

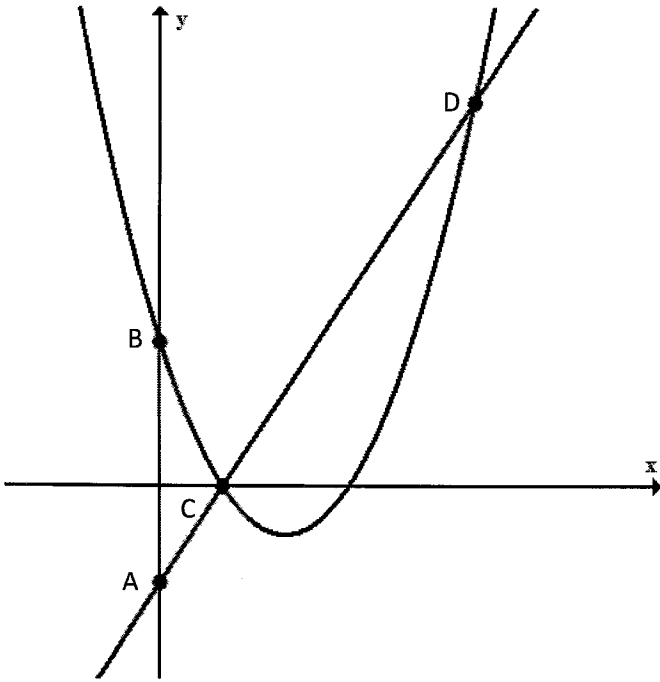
$$(x + 1)^2 - 10 = 4x - 1$$

שאלה חיתוך בין ישר לפרבולה

1. לפניכם הגרפים של הפונקציות:

$$y = x^2 - 4x + 3$$

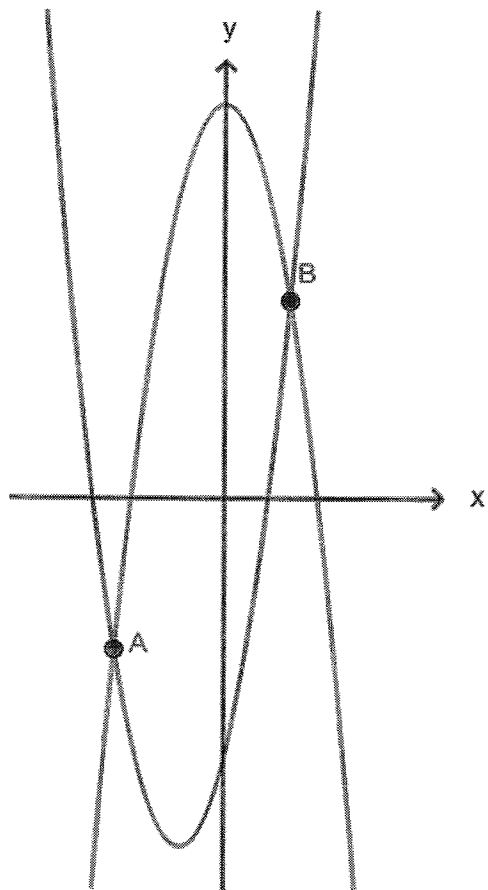
$$y = 2x - 2$$



מצאו את נקודות החיתוך בין הישר לפרבולה

פונקציה ריבועית – חיתוך בין שתי פרבולות

מצאו את נקודות החיתוך בין שתי הפרבולות-



$$\begin{cases} y = x^2 + 4x - 12 \\ y = -x^2 + 18 \end{cases}$$

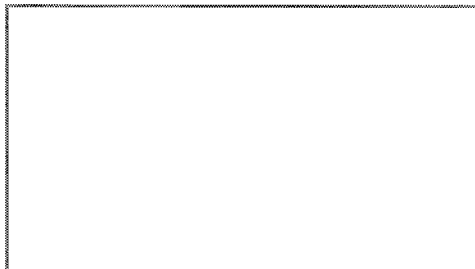
מצאו את משוואת הישר שעובר דרך שתי נקודות החיתוך שמצאתם קודם.

שאלות מילוליות

1) מחיר 1 ק"ג לימונים יקר ב-2 ₪ ממחיר 1 ק"ג תפוזים.
שף של אולם אירועים הזמין 12 ק"ג לימונים, ו-20 ק"ג תפוזים
ושילם בסה"כ על כל הקנייה 248 שקלים.
מה מחיר 1 ק"ג תפוזים, ומה מחיר 1 ק"ג לימונים.

2) בבחינה שני חלקים. הניקוד של כל שאלה בחלק א 11 נקודות.
והניקוד על כל שאלה בחלק ב' הוא 15 נקודות.
במבחן 8 שאלות וניתן לצבור 100 נקודות.
כמה שאלות יש בחלק א', וכמה שאלות יש בחלק ב'.

3) במלבן צלע אחת גדולה ב-6 ס"מ מהצלע השנייה. ושטח המלבן 135 סמ"ר.
מצאו אורך צלע קצרה, ואורך צלע ארוכה במלבן.



מופשה נצימה
ובה צלחה בעיניו
6

הסתברות

זורקים קוביית משחק – 6 פאות עם 6 מספרים : 1,2,3,4,5,6

(1) מה ההסתברות שהתקבל מספר 3 ?

(2) מה ההסתברות שהתקבל מספר 9 ?

(3) מה ההסתברות שהתקבל מספר זוגי ?

(4) מה ההסתברות שהתקבל מספר אי זוגי ?

סטטיסטיקה

בטבלה שלפניכם מתוארת התפלגות הציונים בכיתה מסוימת :

ציון	4	5	6	7	8	9	10	סה"כ
מספר תלמידים	1	2	3	2	7	3	2	

(א) חשבו את מספר התלמידים בכיתה.

(ב) מהו הציון השכיח בכיתה ? (שכיח-נתון בעל השכיחות הגדולה ביותר)

(ג) חשבו את ממוצע הציונים בכיתה ?